

УДК 517.2–681.14

В.Д. ДМИТРИЕНКО, докт. техн. наук (г. Харьков),
С.Ю. ЛЕОНОВ, канд. техн. наук (г. Харьков),
Т.В. ГЛАДКИХ (г. Харьков)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ С ПОМОЩЬЮ K-ЗНАЧНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ

Розглядаються питання дослідження процесів розповсюдження сигналів по лініях зв'язку між обчислювальними пристроями на основі K -значних диференціальних моделей. Запропоновано нову K -значну модель телеграфних рівнянь. Розроблено чисельний метод, який дозволяє за допомогою K -значних разностних рівнянь досліджувати процеси передачі сигналів в довгих однорідних лініях. На прикладах показана працездійсність нової моделі та чисельного методу.

Questions of research processes the distribution signals on communication lines between computers are considered on the basis of K -Value differential models. The new K -Value model of the cable equations is offered. The numerical method allowing with the help K -Value difference equations to investigate processes of signaling in long homogeneous lines is developed. On examples serviceability of new model and a numerical method is shown.

Постановка проблемы. В большинстве публикаций по проектированию современных вычислительных устройств, систем и сетей динамике переходных процессов, вызванных фронтами импульсных сигналов, не уделяется внимания. Однако относительно небольшое число работ в этой области связано не столько со второстепенностью указанной динамики, сколько со сложностью ее учета при проектировании реальных дискретных систем. Это подтверждает и целый спектр имеющихся в настоящее время методов исследования подобных динамических явлений [1 – 7]. Одним из таких методов, позволяющих детально исследовать цифровые устройства, является метод, основанный на K -значном кодировании логических сигналов и описанием элементов и устройств цифровой техники с помощью обыкновенных K -значных дифференциальных уравнений [7, 8]. Метод хорошо зарекомендовал себя при моделировании различных цифровых и гибридных устройств [7, 9]. Однако применение этого метода затруднено при моделировании распределенных цифровых вычислительных систем или сетей, имеющих линии связи. Это объясняется тем, что до настоящего времени отсутствуют K -значные модели линий связи и численные методы, позволяющие исследовать такие модели.

Анализ литературы. Одними из наиболее известных моделей линий связи являются модели на основе телеграфных уравнений в частных производных [10, 11]. Аналитические и численные методы решения таких непрерывных уравнений давно разработаны и хорошо известны [12 – 14], и широко используются при исследовании различных моделей. Методика

перехода от непрерывных дифференциальных уравнений к K -значным дифференциальным уравнениям известна [7]. Однако в настоящее время практически отсутствуют численные методы решения K -значных дифференциальных уравнений с частными производными.

Целью статьи является разработка численного метода решения (простейшего) K -значного дифференциального уравнения в частных производных, аппроксимирующего гиперболическое дифференциальное уравнение второго порядка с двумя независимыми переменными

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где u – неизвестная переменная; t и x – независимые переменные (t – время, x – расстояние от начала линии); a^2 – постоянный коэффициент, учитывающий распределенную емкость и индуктивность линии.

Известно [12 – 14], что один из методов решения уравнения (1) основан на сведении его к разностному гиперболическому уравнению

$$u_{i,j+1} = 2(1 - \lambda^2)u_{i,j} + \lambda^2(u_{i+1,j} + u_{i-1,j}) - u_{i,j-1}, \quad (2)$$

где $u_{i,j} = u(ih, j\tau)$; h, τ – величины шагов дискретизации соответственно по независимым переменным x и t ; $h = l/n$; l – длина линии (провода); $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$; $j = 0, 1, 2, 3, \dots$; $\lambda = a \frac{\tau}{h}$.

Соотношение (2) фактически является явной схемой решения уравнения (1). Устойчивость и сходимость этой схемы или метода решения обеспечивается при $\lambda \leq 1$ [12].

Для описания процессов в линии с помощью K -значной пространственно-временной модели, где K – простое число, положим, что зависимая переменная U^K принимает значения из множества $M = \{0, 1, \dots, K-1\}$ и является функцией двух целочисленных переменных $U^K = U^K(x_i, t_j)$; $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$; $j = 0, 1, 2, 3, \dots$.

Если положить $\lambda = 1$, то разностное уравнение (2), где область значений непрерывной переменной u является множеством вещественных чисел из замкнутого интервала $[u_{\min}, u_{\max}]$, может быть аппроксимировано K -значным разностным уравнением

$$U_{i,i+1}^K = U_{i+1,j}^K \langle + \rangle_k U_{i-1}^K \langle - \rangle_k U_{i,j-1}^K, \quad (3)$$

где $U_{p,q}^K = U^K(x_p, t_q)$, $p = 0, 1, 2, 3, \dots, n$; $q = 0, 1, 2, 3, \dots$; а арифметические операции являются операциями по модулю K .

Таким образом, с одной стороны, выражение (3) является K -значной разностной формой непрерывного волнового уравнения (1), а с другой – определяет метод решения K -значного волнового уравнения.

Пример. Пусть на вход однородной ограниченной линии, описываемой в непрерывном виде уравнением (1), подается непрерывный сигнал экспоненциальной формы длительностью 20 нс. На рис. 1 показана графическая интерпретация распространения сигнала по проводнику, представленная в виде зависимости амплитуды сигнала от времени для i -й точки проводника.

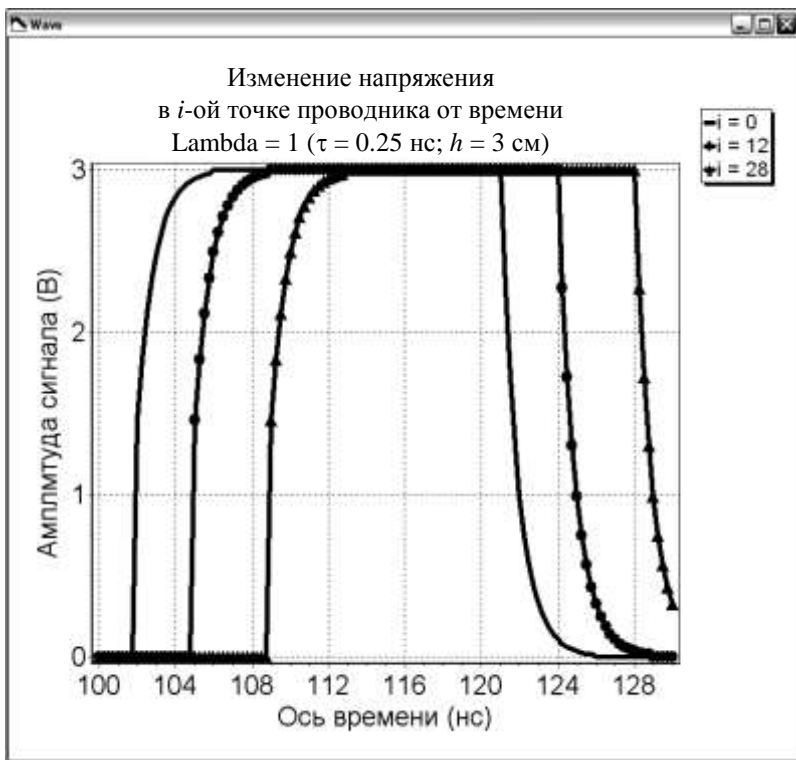


Рис. 1. График изменения напряжения в i -й точке проводника от времени

Шаг дискретизации по времени был выбран равным $\tau = 0,25$ нс, что, в свою очередь, исходя из того, что постоянный коэффициент a , учитывающий распределенную емкость C и индуктивность линии L , равен $a = 1/\sqrt{LC} = \sqrt{1,4} \times 10^8$ и $\lambda = 1$, определяет величину шага дискретизации по длине проводника: $h = 3$ см.

На приведенных временных диаграммах отражена зависимость напряжения в 0-й, 12-й и 28-й точках проводника, что соответствует исходному сигналу и его виду в начале проводника и в точках, отдаленных от его начала на расстояние 36 см и 84 см.

На рис. 2 приведены временные диаграммы распространения этого же сигнала, полученные в результате решения K -значного ($K = 7$) разностного уравнения (3), аппроксимирующего непрерывное гиперболическое уравнение (1), моделирующее однородную линию связи, передающую импульсные сигналы. Шаг дискретизации по времени выбираем равным $\tau = 1$ нс, что, соответственно, при $\lambda = 1$ определяет шаг дискретизации по длине $h = 12$ см. На временных диаграммах (рис. 2) отражен процесс распространения сигнала амплитудой 6 уровней квантования (3 В) и длительностью 20 нс по проводнику. На рисунке представлена зависимость амплитуды сигнала от времени для 3-й и 7-й точек проводника, что соответствует точкам, отдаленным от начала проводника на 36 см и 84 см (аналогично рис. 1).

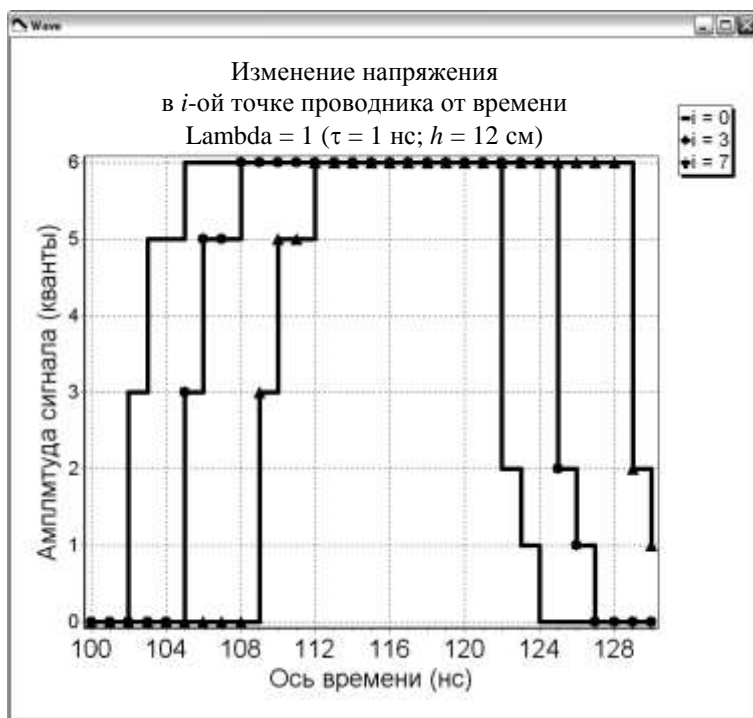


Рис. 2. График изменения напряжения в i -й точке проводника от времени

На рис. 3 приводится сопоставление результатов распространения сигнала по проводнику в непрерывном и K -значном видах, приведенных соответственно на рис. 1 и 2.

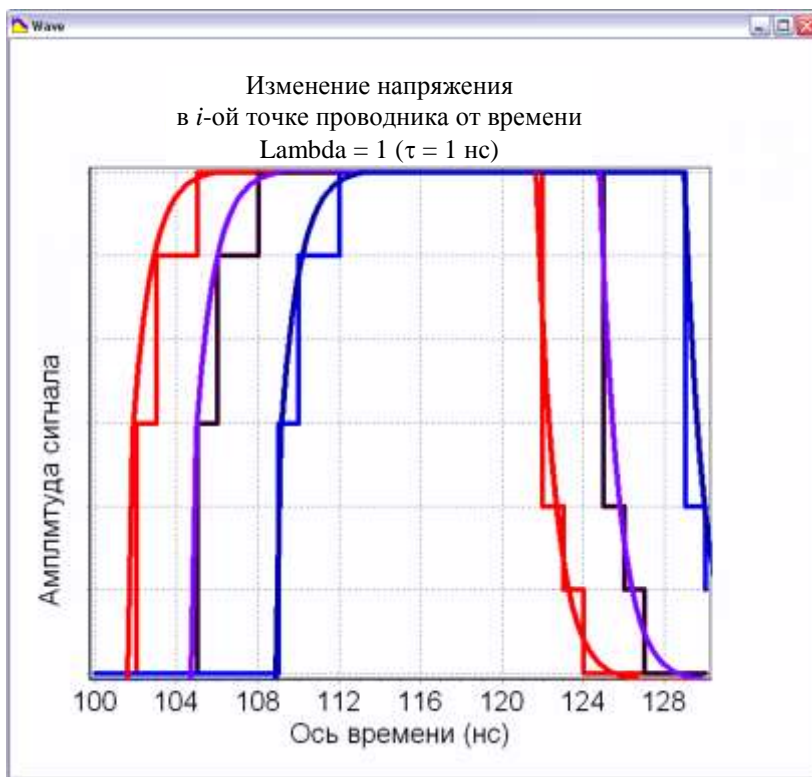


Рис. 3. График сопоставления результатов непрерывного и K -значного моделирования

При сопоставлении результатов, приведенных на рис. 1 и 2, можно сделать вывод о качественной идентичности описания процесса распространения сигнала выражениями (1) и (3) для непрерывного и дискретного случаев. Это позволяет говорить о возможности использования K -значного уравнения (3) для описания распространения сигналов в длинных линиях в системе автоматизированного проектирования на основе K -значных дифференциальных моделей.

В качестве примера рассмотрим передачу сигнала по линии, соединяющей два устройства, одно из которых может выступать в качестве передатчика, а второе – в качестве приемника.

На рис. 4 показан возможный вариант связи передатчика и приемника, на примере которого можно показать возможное исследование распространения сигналов по линии связи. На рис. 5 приведен протокол связи передатчика и приемника, а на рис. 6 K -значные временные диаграммы основных сигналов этого протокола.

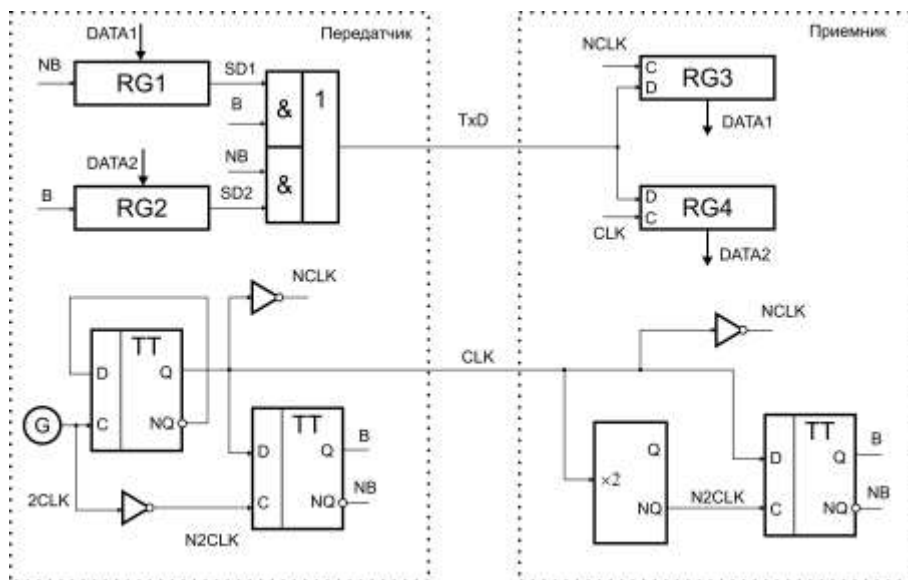


Рис. 4. Схема устройства приемо-передатчика

Рассмотрим передачу сигналов с помощью синхронного метода [15]. При его использовании предусматривается параллельная передача двух сигналов TxD и CLK (соответственно сигнала данных и синхросигнала). Положительные фронты синхросигнала CLK задают границы между битовыми интервалами. Данные принимаются по отрицательным фронтам синхросигнала. Устройство (рис. 4) выполняет передачу данных в виде параллельных кодов DATA1 и DATA2, которые могут относиться к одному или двум независимым информационным потокам. Потоки сигналов поступают в передатчик из внешнего вычислительного устройства и передаются по одной линии связи TxD. Первый поток воспринимается приемником по отрицательным фронтам сигнала CLK, второй – по его положительным фронтам. Передатчик содержит генератор G, сдвиговые регистры RG1 и RG2, элемент 2И-ИЛИ, два D-триггера и два инвертора. Приемник содержит сдвиговые регистры RG3 и RG4, D-триггер, инвертор и удвоитель « $\times 2$ » частоты с инверсным выходом. Генератор G формирует

непрерывную последовательность синхроимпульсов 2CLK (рис.5) с частотой, соответствующей частоте передачи данных TxD по линии.

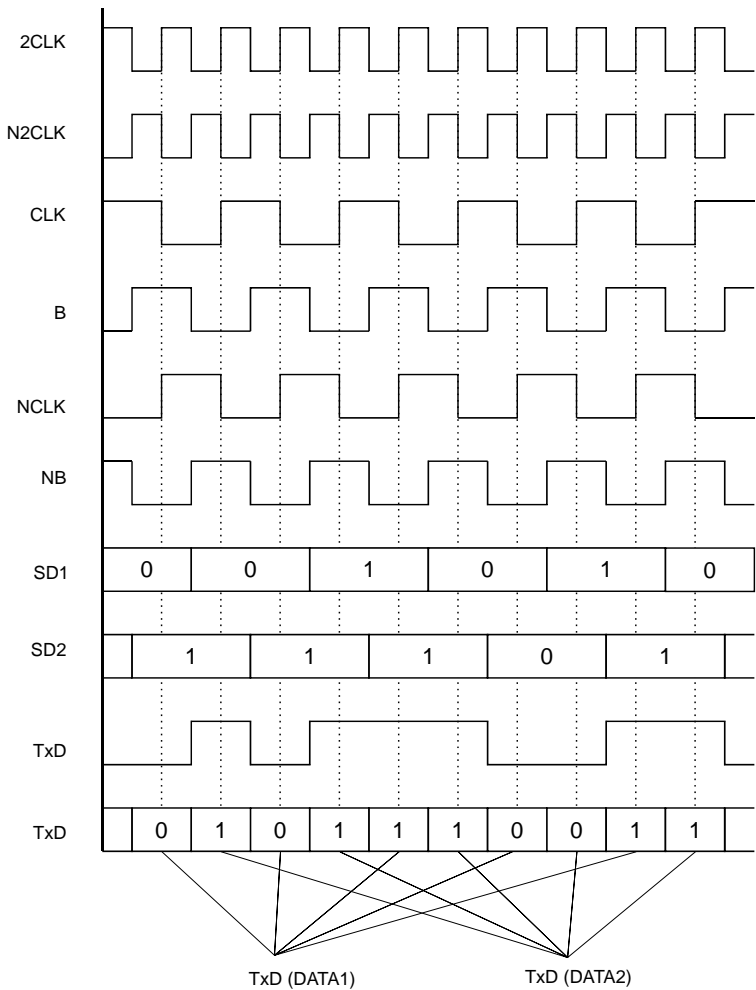


Рис. 5. Протокол связи передатчика и приемника

Сигнал с генератора G преобразуется в четыре синхросигнала с последовательным фазовым смещением на четверть периода. Данные DATA1 и DATA2 периодически заносятся в регистры RG1 и RG2 и затем сдвигаются в них по положительным фронтам соответствующих управляющих сигналов (цепи управления параллельной записью данных в регистры RG1 и RG2).

Последовательные данные SD1 и SD2 из регистров RG1 и RG2 поочередно выдаются в линию через логический элемент 2И-ИЛИ. Поэтому передаваемые данные TxD содержат биты DATA1 и DATA2, принадлежащие двум разным или одному общему информационным потокам. Приемник последовательно загружает принимаемые данные в сдвиговые регистры RG3 и RG4 с противофазной синхронизацией. При этом информация распределяется по двум первоначальным потокам.

На выходах регистров в соответствующие моменты формируются параллельные данные DATA1 и DATA2. В эти моменты они считываются последующими устройствами, выполняющими дальнейшую обработку информации. Удвоитель частоты синхросигнала CLK « $\times 2$ » и *D*-триггер позволяют получить в приемнике полный комплект аналогов синхросигналов передатчика.

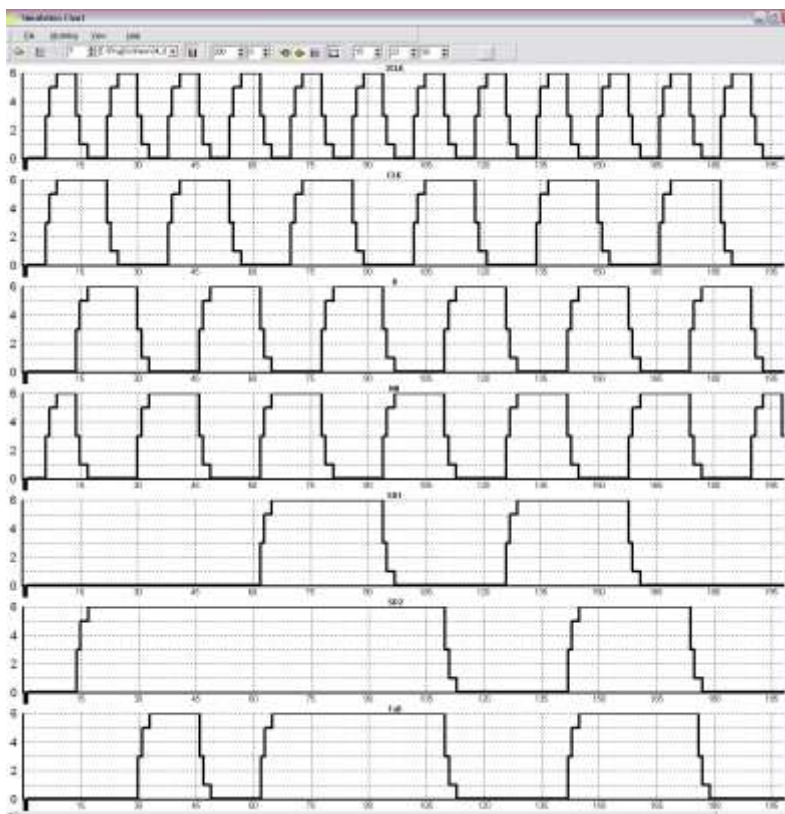


Рис. 6. К-значные временные диаграммы моделирования процесса передачи

На рис. 5 приведены результаты булевого моделирования процесса передачи последовательности цифровых импульсов, а на рис. 6 – временные диаграммы тактирующих импульсов 2CLK и CLK, а также информационных сигналов B, NB, SD1, SD2 и TxD, полученные при моделировании передатчика в САПР на основе K -значного дифференциального исчисления. При этом сигналы CLK и TxD поступают на линию связи.

На рис. 7 представлены временные диаграммы для сигнала TxD в начальной (нулевой) точке проводника (первая пачка импульсов). Эта импульсная последовательность соответствует двоичной последовательности 0101110011, но представлена в K -значном виде при $K = 7$. Таким образом, уровень логической «единицы» в этом случае представляется значением $K = 6$. Длительность первого импульса равняется 13 нс, второго – 39 нс, третьего – 26 нс, а фронт каждого импульса имеет длительность 3 нс. Вторая пачка импульсов на рис. 7 соответствует результату передачи сигнала в 210-ю точку проводника, что соответствует точке, отдаленной от начала проводника на расстояние 25 м при $\lambda = 1$ и $\tau = 1$ нс.

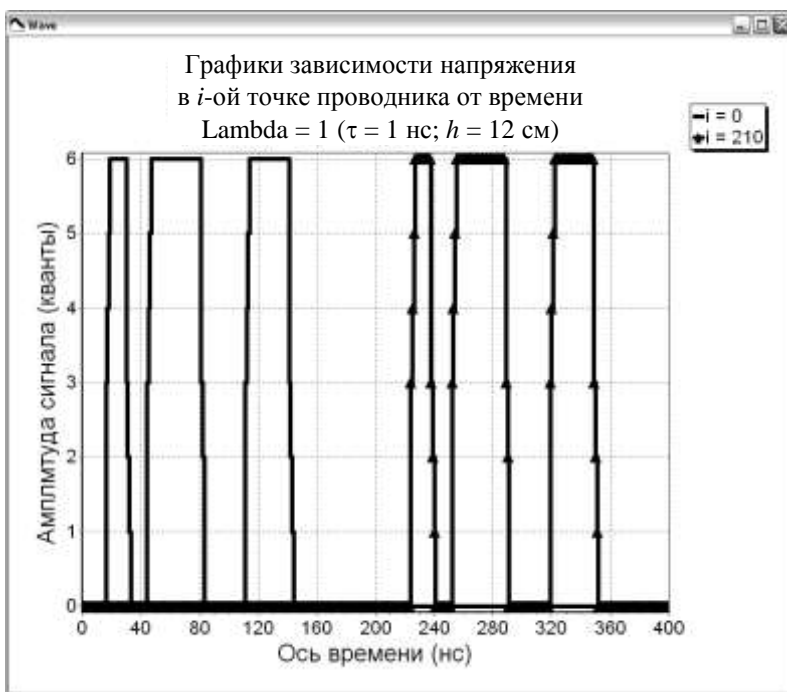


Рис. 7. Временные диаграммы распространения сигнала TxD по линии связи

Выводы. Предложена новая K -значная модель телеграфных уравнений. Разработан численный метод, позволяющий с помощью K -значных разностных уравнений исследовать процессы передачи сигналов в длинных однородных линиях. На примерах продемонстрирована работоспособность новой модели и численного метода. В дальнейшем предполагается разработка K -значных моделей и численных методов для исследования процессов в неоднородных длинных линиях.

Список литературы: 1. Мышляева И.М. Цифровая схемотехника. – М.: Академия, 2005. – 400 с. 2. Daniel Etienneble. Why M -Valued Circuits are Restricted to a Small Niche // Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing. – 2003. – Vol. 9. – № 1. – P. 235. 3. Pedro Acevedo Contla, Ivo G. Rosenberg, Dan A., Simovici and Ivan Stojmenovic. Boolean Completeness in Multiple-Valued Set Logic // Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing. – 2003. – Vol. 9. – № 3. – P. 55 – 63. 4. Hiroshi Inokawa, Akira Fujiwara, Yasuo Takahashi. Single-Electron Multiple-Valued Logic // NTT Basic Research Laboratories. – Activity Reports. – Vol. 12. – P. 112. 5. Jun Sakiyama, Takafumi Aoki, Tatsuo Higuchi. Counter Tree Diagrams: A Unified Representation of Fast Addition Algorithms // Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing. – 2003. – Vol. 9. – № 1. – P. 22 – 34. 6. Бохман Д., Постхоф Х. Двоичные динамические системы. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 400 с. 7. Дмитриенко В.Д., Леонов С.Ю. K -значное дифференциальное исчисление и моделирование цифровых устройств. – Харьков: Транспорт Украины, 1999. – 223 с. 8. Корсунов Н.И., Дмитриенко В.Д., Леонов С.Ю. Моделирование динамики цифровых устройств с использованием K -значного кодирования // Электронное моделирование. – 1992. – Т. 14. – № 6. – С. 82 – 89. 9. Korsunov N.I., Dmitrienko V.D., Leonov S.Yu. Gladkih T.V. Use of the Technique of Derivatives of K -Valued Functions for Simulation of Computing Units – Engineering Simulation, 1998. – Vol. 15. – P. 127 – 135. 10. Барнс Дж. Электронное конструирование: Методы борьбы с помехами. – М.: Мир, 1990. – 238 с. 11. Баскаков С.И. Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Высш. шк., 1992. – 416 с. 12. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы (введение в теорию). – М.: Наука, 1977. – 440 с. 13. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.Э. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. – М.: Наука, 1967. – 368 с. 14. Мак-Кракен Д., Дорн У. Численные методы и программирование на Фортране. – М.: Мир, 1977. – 584 с. 15. Сухман С.М., Бернов А.В., Шевкопляс Б.В. Синхронизация в телекоммуникационных системах. Анализ инженерных решений. – М.: Эко-Трендз, 2003. – 272 с.

Поступила в редакцию 23.03.2005